

Gravitation Universelle

Le premier à avoir compris que la **pesanteur terrestre** et la **gravitation céleste** (les mouvements astronomiques) étaient le résultat d'une seule et même interaction est Isaac Newton.

1) La loi de la gravitation :

a) Un peu de vocabulaire...

Cette loi fut énoncée par Isaac Newton pour deux **corps ponctuels**, c'est-à-dire dont les dimensions sont très petites par rapport à la distance qui les sépare.

En pratique, on considèrera un corps comme **ponctuel** si :

$$\text{taille objet} \leq (\text{distance d'observation} / 100)$$

Exo 1 : A partir de quelle distance peut-on considérer ces corps ponctuels ?

objets	Dimension (rayon)	Distance (à calculer)
balle de tennis	3 cm	
Lune	$1,75 \cdot 10^3$ km	
Terre	$6,4 \cdot 10^3$ km	
Soleil	$7,0 \cdot 10^5$ km	

Sachant que les distances **Terre/Lune** et **Soleil/Terre** valent en moyenne $3,8 \cdot 10^5$ km et $1,5 \cdot 10^8$ km, que pouvez-vous conclure ?

Conclusion :

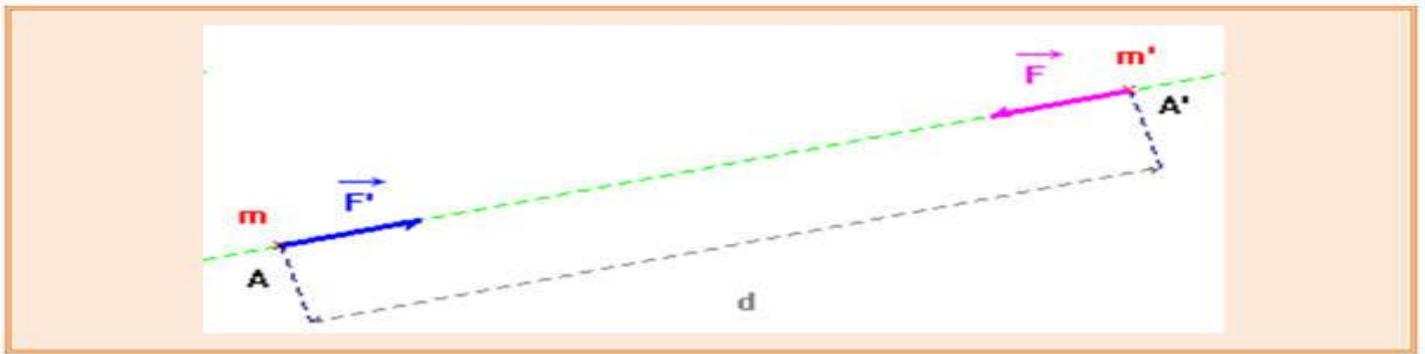
Les astres peuvent être considérés comme corps ponctuels en ce qui concerne leurs effets gravitationnels.

b) Enoncé de la loi de gravitation :

Deux corps ponctuels, de masses **m** et **m'**, séparés par une distance **d**, exercent l'un sur l'autre des forces attractives, de même valeur .

c) Formulation mathématique et schéma :

$F = F' = G \cdot \frac{m \cdot m'}{d^2}$	G est appelé la constante de gravitation universelle :
	$G \approx 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
	$G \approx 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{N}$
	F : Valeur de la force F en Newton N.
m et m' : Valeur des masses en kg.	
D : Distance séparant les deux masses ponctuelles : en m	



Exo 2 :

- Calculez l'intensité de la force d'attraction gravitationnelle entre 2 individus (que l'on assimilera à des corps ponctuels distant de 20 cm). Données : $m_A = 75 \text{ kg}$ et $m_B = 55 \text{ kg}$
- Calculez l'intensité de la force d'attraction gravitationnelle entre la Terre et la plus lourde des deux personnes.
Données : $M_{\text{Terre}} = 6,0.10^{24} \text{ kg}$ et $R_{\text{Terre}} = 6,4.10^3 \text{ km}$.
- Comparer les deux valeurs et conclure .

Rep 2 :

a- Expression littérale :

Expression numérique :

Application numérique :

b- Expression littérale :

Expression numérique :

Application numérique :

c-

Conclusion : à l'échelle humaine, les effets de gravitation autres que ceux dus à la Terre sont négligeables.

Lorsque les objets deviennent **très massifs** c'est le cas pour les objets astronomiques, elle est perceptible.

2-Le champ de gravitation - Poids du corps :

a) Notion de champ gravitationnel :

Pour interpréter l'interaction gravitationnelle, on peut stipuler que tout objet (A) (de **masse M** et placé en une **origine spatiale O**) crée autour de lui un champ gravitationnel attractive.

En un point P (hors de l'objet (A)), si un second objet de masse m y est placé ; alors il sera soumis à la force de gravitation exercée par (A) .

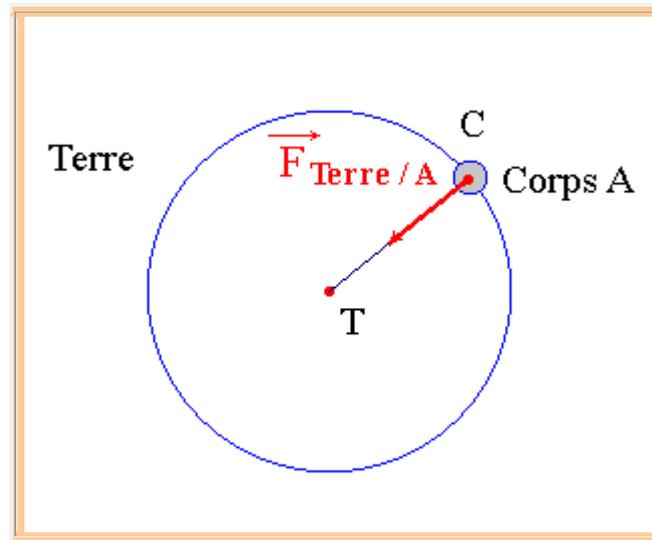
Rem : nous supposons que le corps situé en P ne modifie pas le champ de gravitation auquel il est soumis.

b) Expression du champ gravitationnel (intensité de pesanteur) :

i)- Relation entre le poids d'un objet et la force de gravitation exercée par la Terre :

Tout corps A, de centre C et de masse m , placé au voisinage de la Terre subit une force gravitationnelle de la part de la Terre.

Le centre de la Terre est noté T, sa masse m_T et son rayon R_T .



L'attraction exercée par la Terre sur le corps A est modélisée par la force caractérisée par :

$\vec{F}_{Terre/A}$	Point d'application : C
	Direction : la droite (TC). Elle passe par le centre de la Terre. C'est la verticale du lieu .
	Sens : de C vers T. La force est orientée vers le bas.
	Valeur de la force : $F_{Terre/A} = G \times \frac{m \cdot m_T}{d^2}$ Si le corps est au voisinage de la Terre ou à la surface de la Terre on considère que : $d \approx R_T$. Donc : $F_{Terre/A} \approx G \cdot \frac{m \cdot m_T}{R_T^2} = m \cdot \left(G \cdot \frac{m_T}{R_T^2} \right)$

Remarque :

Pour tous les objets qui se trouvent à la surface de la Terre ou au voisinage de la Terre, le terme $G \cdot \frac{m_T}{R_T^2}$ est le même. Il est caractéristique de la Terre.

On peut calculer sa valeur : Données : $G \approx 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \text{N}$, $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$ et $m_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$.

$$G \cdot \frac{m_T}{R_T^2} = 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{6,0 \times 10^{24}}{(6,38 \times 10^3)^2}$$

$$G \cdot \frac{m_T}{R_T^2} \approx 9,8 \text{ N / kg}$$

On retrouve la valeur de $g \approx 9,8 \text{ N / kg}$ l'intensité de la pesanteur .

On peut écrire la relation suivante, pour les objets de masse m au voisinage de la Terre :

$$F_{\text{Terre} / A} \approx 9,8 m \approx g \cdot m$$

On retrouve alors l'expression du poids d'un corps de masse m au voisinage de la Terre vue au collège : $P = m \cdot g$

Donc le poids d'un objet sur Terre est pratiquement égal à la force gravitationnelle exercée par la Terre sur l'objet

$\vec{P} = \vec{F}_{\text{Terre} / A}$	Point d'application : C : centre de gravité du corps A
	Direction : Verticale du lieu
	Sens : orientée vers le bas.
	Valeur de la force : $P = m \cdot g$ Avec $g = 9,8 \text{ N / kg}$, g est l'intensité de la pesanteur.

ii) Expression du champ gravitationnel (intensité de pesanteur) :

- *A la surface de la terre :*

Comme le poids d'un objet sur Terre est pratiquement égal à la force gravitationnelle exercée par la Terre sur l'objet.

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = m \cdot \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} \text{ et } P = m \cdot g \quad \text{d'où : } g = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

- *A une altitude h de la surface de la terre :*

Tout corps A, de centre C et de masse m , placé à une altitude h de la surface de la Terre subit une force gravitationnelle de la part de la Terre.

La distance entre le centre de la Terre et C est : $d = R_T + h$

$$\text{Comme } P=F \text{ soit } m \cdot g_h = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{d^2} = G \times \frac{m \cdot M_T}{(R_T + h)^2}$$

Avec g_h l'intensité de la pesanteur à l'altitude h .

$$\text{On en déduit : } g_h = G \times \frac{m_T}{(R_T + h)^2}$$

$$\text{A la surface de la terre } h = 0 : g_0 = G \times \frac{m_T}{(R_T)^2}$$

$$\text{D'où : } g_h = g_0 \times \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

c) Poids d'un corps sur la Lune :

Le poids d'un corps sur la Lune peut s'identifier à la force gravitationnelle exercée par la Lune sur l'objet. Montrons qu'un corps de masse m n'a pas le même poids sur la Terre que sur la Lune.

$$F_{\text{Lune/A}} = G \cdot \frac{m \cdot m_L}{R_L^2} = g_L \cdot m = P_L$$

$$g_T \approx \frac{G \cdot m_T}{R_T^2} \text{ et } g_L \approx \frac{G \cdot m_L}{R_L^2}$$

Avec $R_L = 1,75 \times 10^6 \text{ m}$ et $m_L = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$ on a :

$$g_L \approx \frac{G \cdot m_L}{R_L^2} \approx \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 7,34 \times 10^{22}}{(1,75 \times 10^6)^2} \approx 1,6 \text{ N.kg}^{-1}$$

$$\frac{g_T}{g_L} \approx \frac{9,8}{1,6} \approx 6,1$$

$$\text{d'où : } \frac{P_T}{P_L} \approx 6,1$$

Exo 3 :

a) Calculer les valeurs du champ de gravitation terrestre à la surface de la Terre (point S) et au niveau de l'orbite du satellite SPOT, situé à l'altitude 832 km (point P).

Données $M_{\text{Terre}} = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_{\text{Terre}} = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$.

b) Représenter les vecteurs champs de gravitation de la Terre aux points S et P à l'échelle 2 cm pour 10 N/kg.

Exo 4 : Comparer cette valeur à celle des champs de gravitation, créé à la surface de la Terre, par le Soleil, la Lune et un avion.

Données : $d_{\text{Terre/Soleil}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$, $M_S = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; $d_{\text{Terre/Lune}} = 3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$, $M_L = 7,0 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; altitude avion $\approx 10 \text{ km}$, $M_{\text{avion}} \approx 300 \text{ tonnes}$

Exo 5 : a) On note g_0 l'intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre : $g_0 = 9,8 \text{ N.Kg}^{-1}$.

Donnez l'expression $g(h)$ de l'intensité du champ de pesanteur à l'altitude h au dessus du sol terrestre en fonction de g_0 , R_T et h .

b) A quelle altitude h le champ de pesanteur vaut-il encore 99 % de sa valeur à la surface de la Terre ?